Aristóteles y la justa proporción en las comunidades de intercambio: la lectura matemática

Aristotle and the Just Proportion in Communities of Exchange: The Mathematical Reading

CARLOS ANDRÉS MARTÍN
Universidad Nacional de San Martín, Argentina
cmartin@unsam.edu.ar

Recibido: 23/02/2024 - Aceptado: 26/03/2024
DOI https://doi.org/10.20318/fons.2023.8408

Abstract

This paper analyses the Aristotelian notion of τὸ ἀντιπεπονθός, traditionally understood as *reciprocity*, and presents a strictly mathematical interpretation of the kind of justice established for commercial exchanges in *Nicomachean Ethics* V 5. Justice understood as equality and, in turn, as a mean, allows Aristotle to present an alternative mathematical conception to the Pythagorean one. The few occurrences of the term ἀντιπεπονθός and derivatives appear in Euclid's *Elements* and they are relevant to understanding this notion. Some definitions in Book six and several propositions allow to establish with some certainty the correspondence between the Aristotelian scheme and the straight line divided in extreme and mean ratio, also known as *the golden ratio*.

Keywords: Aristotle, Reciprocity, Golden ratio, Euclid

Resumen

Este artículo analiza la noción aristotélica de τὸ ἀντιπεπονθός, entendida tradicionalmente como *reciprocidad*, y presenta una interpretación estrictamente matemática del tipo de justicia establecida para los intercambios comerciales en *Ética Nicomaquea* V 5. La justicia entendida como igualdad y, a su vez, como una media, le permite a Aristóteles exponer una concepción matemática alternativa a la pitagórica. Las escasas apariciones del término ἀντιπεπονθός y derivados aparecen en los *Elementos* de Euclides y resultan relevantes para comprender esta noción. Algunas definiciones del libro sexto y varias proposiciones permiten establecer con cierta certeza la correspondencia entre el esquema aristotélico y la recta dividida en extrema y media razón, también conocida como *proporción áurea*.

Palabras clave: Aristóteles, Reciprocidad, Proporción áurea, Euclides

1. *Introducción*

En su análisis de la justicia en las comunidades de intercambio, Aristóteles utiliza uno de los conceptos más controvertidos y fecundos de la tradición filosófica. Cuando Alberto Magno y luego su discípulo Tomás de Aquino comentaron perplejos el pasaje, iniciaron una extensa serie de interpretaciones y de malos entendidos, inspiradores de las más disímiles perspectivas sobre la economía política. De este modo, la noción de τὸ ἀντιπεπονθός resultó casualmente central para la fundación del pensamiento económico moderno. Hoy, el desacuerdo persiste y la insistencia en interpretar la noción en términos exclusivamente económicos no contribuye a su comprensión.

La lectura económica se distribuye sobre un amplio espectro de detractores y partidarios. Quienes contrastan la dificultad del pasaje con ausencia de categorías económicas modernas, descartan la existencia del análisis económico en general, «porque la sociedad antigua no tenía un sistema económico que fuera un conglomerado enorme de mercados interdependientes» (FINLEY 1974, 23). Bajo esta mirada, el análisis aristotélico no resulta muy prometedor. Luego de desatender el significado matemático de τὸ ἀντιπεπονθός, Finley dice: «debo confesar que, como Joachim, no entiendo qué pueden significar las proporciones [ratios] entre los productores» (1970, 13). Más consecuentes con la perspectiva histórica resultan las lecturas económicas derivadas del marco teórico propuesto por Polanyi. Lamentablemente, el debate entre primitivistas y modernistas y luego entre formalistas y sustancialistas menoscabó el potencial teórico de esta perspectiva[1]. Por otra parte, el esfuerzo ortodoxo de los partidarios por conciliar las nociones económicas con la formulación aristotélica, tampoco logró precisar el sentido de τὸ ἀντιπεπονθός y, en estas lecturas, Aristóteles resulta un precursor[2] de las teorías económicas modernas.

[1] La edición póstuma de *El sustento del hombre* de Polanyi ha merecido escasa atención en relación a su *Aristóteles descubre la economía*. En su último capítulo *El «capitalismo» en la antigüedad* se lee: «el helenismo muestra una combinación de la planificación del sistema de mercado que ha confundido sin razón al intelecto mercantil. Cleómenes de Naucratis no sólo fue el organizador del monopolio de la exportación de grano de Egipto, y probablemente también del monopolio gubernamental interior; si no que además organizó el mercado "mundial" del grano, y, por lo tanto, la más importante institución de mercado en el mundo antiguo» (POLANYI 1994, 368).

[2] Los ejemplos abundan. Sirva de muestra la afirmación de Soudek: Aristóteles «anticipó por más de dos mil años la teoría del intercambio de Jevons» (1952, 46). Aunque no participe de la ortodoxia, Marx también le atribuyó cierta formulación incompleta de la forma dinero de la mercancía y el descubrimiento de la distinción entre valor de uso y valor de cambio. Para una crítica de su análisis, vease MARTÍN (2014).

Claramente, el pasaje aristotélico no desarrolla un análisis estrictamente económico, pero lo integra de alguna manera en sus reflexiones. La referencia al santuario de las Gracias, al principio del capítulo, es una clave fundamental de la explicación -por así decirlo- antropológica de la unidad de los intercambios. Asimismo, resulta clave la concepción de la necesidad como factor unificante de la sociedad y la función del dinero, no sólo como indicador del precio, sino también como expresión y renovación de la relación de justicia entre quienes intercambian[3].

Aunque Aristóteles afirme que esta forma de justicia no se ajusta a ninguna de las dos formas matemáticas previas, su explicación se apoya sobre un tipo específico de esquema donde la proporción resultante expresa el cruce de las necesidades. Por lo tanto, resultaría forzado evitar la lectura matemática de la noción τὸ ἀντιπεπονθὸς. En este sentido, la lectura matemática ofrece, no sólo un análisis complementario, sino una clave ineludible para la compresión de este controvertido pasaje. La hipótesis aquí presentada sostiene que τὸ ἀντιπεπονθὸς corresponde, como las formas previas de justicia, a una proporción matemática específica.

2. *El contexto de la noción*

Aristóteles establece dos formas de justicia a partir de nociones, indiscutiblemente, matemáticas y agrega, después de sus respectivos abordajes, un análisis de τὸ ἀντιπεπονθός desde la perspectiva de la justicia. Los tipos de justicia son definidos por su conformidad con la norma y la equidad: "en efecto, lo justo es lo normal y lo igual" (τὸ μὲν δίκαιον ἄρα τὸ νόμιμον καὶ τὸ ἴσον, *EN* V 1, 1129a 34). En este último sentido, lo justo resulta una *media* (μέσον) entre cuatro términos: "aquellos para quienes es precisamente justo, son dos, y aquellos entre los que [está lo justo], las cosas, dos" (οἷς τε γὰρ δίκαιον τυγχάνει ὄν, δύο ἐστί, καὶ ἐν οἷς, τὰ πράγματα, δύο, *EN* V 3, 1131a 19-20).

La aplicación de nociones matemáticas al mundo social no era nueva[4]. La mención más antigua sobre la noción de *media* se conserva en la formulación de Arquitas de Tarento (D.K. B2) y esta noción musical, posiblemente, la aplicara también al ámbito social. En un fragmento, denominado *Sobre las ciencias* (D.K. B3), Arquitas propone el *cálculo racional* o *racionalización* (λογισμός) para establecer la concordia y eliminar el conflicto social. Así, se puede leer que:

[3] Debo a la generosidad del Profesor Étienne Helmer algunas referencias e ideas utilizadas en esta introducción y en las conclusiones finales.

[4] Ver VITRAC (2010).

> el conflicto se detiene, y la concordia aumenta cuando ha sido descubierta su racionalización; pues, no hay superioridad producida ésta sino que hay igualdad; pues, con ella nos reconciliamos en las transacciones. Por consiguiente, a través de ella los pobres toman de los poderosos, y los ricos dan a los necesitados, confiando ambos que entre ellos tendrán lo mismo. Y <siendo> impedimento de males y de los que perjudican, a los que saben racionalizar los detuvo antes de perjudicar, persuadiéndolos de que no serán capaces de ocultarse, cuando acudan a ella; pero a los que no saben, revelando en sí misma a los que perjudican, impiden que perjudiquen[5].

La igualdad (ἰσότας) -concebida, seguramente, como una forma de justicia- se impone al ámbito de las transacciones (τῶν συναλλαγμάτων). Entre ricos y pobres se establece, según Arquitas, una suerte de equivalencia, cuando se cumple esta igualdad fruto de este cálculo de racionalización. La formulación matemática de este procedimiento no sobrevivió a la transmisión fragmentaria de su pensamiento[6]. Tampoco es posible trazar con precisión el desarrollo de una teoría matemática de la justicia.

En principio, las referencias son escasas. Platón menciona *la igualdad geométrica* (ἡ ἰσότης ἡ γεωμετρικὴ, *Grg.* 508a 6) en el contexto de la organización social de dioses y hombres. Por su parte, Aristóteles ilustra esta misma noción de igualdad en la *Política*:

> Pues, si a causa de las posesiones se asociaron y reunieron, tanto participan de la ciudad como precisamente también de las posesiones; de modo que el argumento de los oligárquicos parecería prevalecer (pues, no es justo que participen igual de las cien minas el que aportó una única mina que el que dio todo el resto, ni de las del principio ni de los rendimientos)[7].

La explicación aristotélica acontece precisamente en la descripción de las concepciones oligárquica y democrática de la justicia. La cuestión es retomada, en la

[5] στάσιν μὲν ἔπαυσεν, ὁμόνοιαν δὲ αὔξησεν λογισμὸς εὑρεθείς· πλεονεξία τε γὰρ οὐκ ἔστι τούτου γενομένου καὶ ἰσότας ἔστιν· τούτωι γὰρ περὶ τῶν συναλλαγμάτων διαλλασσόμεθα. διὰ τοῦτον οὖν οἱ πένητες λαμβάνοντι παρὰ τῶν δυναμένων, οἵ τε πλούσιοι διδόντι τοῖς δεομένοις, πιστεύοντες ἀμφότεροι διὰ τούτω τὸ ἶσον ἕξειν. κανὼν δὲ καὶ κωλυτὴρ τῶν ἀδικούντων <ἐὼν> τοὺς μὲν ἐπισταμένους λογίζεσθαι πρὶν ἀδικεῖν ἔπαυσε, πείσας ὅτι οὐ δυνασοῦνται λαθεῖν, ὅταν ἐπ᾽ αὐτὸν ἔλθωντι· τοὺς δὲ μὴ ἐπισταμένους, ἐν αὐτῶι δηλώσας ἀδικοῦντας, ἐκώλυσεν ἀδικῆσαι (D.K. 3. 6-14).

[6] Ciertamente, Estobeo (IV 1, 137 = IV, 84, 14-85, 8) transmitió unos fragmentos de un tratado titulado Περὶ νόμου καὶ δικαιοσύνης atribuido a Arquitas, donde se asocian las tres medias (aritmética, geométrica y subcontraria) a las tres concepciones de justicia (democrática, oligárquica y aristocrática). El pasaje se suele considerar espurio por su lenguaje y nociones posteriores.

[7] εἰ μὲν γὰρ τῶν κτημάτων χάριν ἐκοινώνησαν καὶ συνῆλθον, τοσοῦτον μετέχουσι τῆς πόλεως ὅσον περ καὶ τῆς κτήσεως, ὥσθ᾽ ὁ τῶν ὀλιγαρχικῶν λόγος δόξειεν ἂν ἰσχύειν (οὐ γὰρ εἶναι δίκαιον ἴσον μετέχειν τῶν ἑκατὸν μνῶν τὸν εἰσενέγκαντα μίαν μνᾶν τῷ δόντι τὸ λοιπὸν πᾶν, οὔτε τῶν ἐξ ἀρχῆς οὔτε τῶν ἐπιγινομένων), *Pol.* III 9, 1280a 25-31.

Ética Nicomaquea, donde se presenta la otra forma de justicia, denominada por Aristóteles *correctiva*. Esta forma se aplica a las transacciones (τὸ ἐν τοῖς συναλλάγμασι διορθωτικόν, *EN* V 2, 1131a 1) y -aunque resulte muy especulativo- es más probable asociar esta forma de justicia democrática a la igualdad entre ricos y pobres propuesta por Arquitas en el fragmento antes citado. Por supuesto, el término συνάλλαγμα puede resultar demasiado impreciso, poco técnico y sin ninguna referencia específica. Pero el uso aristotélico siempre surge en el mismo contexto del tratamiento de la justicia correctiva.

En la *Ética Nicomaquea*, la justicia es definida como *término medio* (μέσον). Así, Aristóteles presenta tres esquemas explicativos de orden matemático para establecer cada forma de justicia según una media específica.

En el capítulo tercero, se analiza *lo justo en la distribución* (τὸ ἐν διανομῇ δίκαιον, *EN* V 3, 1131b 10), donde se equipara la relación entre las cosas a la relación entre las personas:

> Y denominan a tal proporción *geométrica* los matemáticos; pues en la geométrica coincide también que el total respecto al total es lo que precisamente cada parte es respecto a cada parte[8].

La proporción geométrica se aplica a las distribuciones según el mérito y su formulación implica una igualdad entre términos desiguales. Por este motivo, se la asocia a la justicia oligárquica.

En el capítulo cuarto, Aristóteles presenta *lo correctivo* (τὸ διορθωτικόν, *EN* V 4, 1131b 25) como un término medio para igualar una desigualdad entre quienes tienen más o menos. También denomina a esta forma de justicia *lo justo restaurativo* (τὸ ἐπανορθωτικὸν δίκαιον, *EN* V 4, 1132a 18), ya que el término medio representa un equilibrio entre una pérdida y una ganancia. Esta proporción se realiza *conforme a la proporción aritmética* (κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν, *EN* V 4, 1132a 30) y se aplica tanto a los tratos voluntarios como a los involuntarios.

En el capítulo quinto, Aristóteles afirma que τὸ ἀντιπεπονθός *no se ajusta ni a lo justo distributivo ni a lo correctivo* (τὸ δ᾽ ἀντιπεπονθὸς οὐκ ἐφαρμόττει οὔτ᾽ ἐπὶ τὸ νεμητικὸν δίκαιον οὔτ᾽ ἐπὶ τὸ διορθωτικόν, *EN* V 5, 1132b 23-25). Por lo tanto, surge la cuestión sobre el carácter matemático de la noción de τὸ ἀντιπεπονθός. La hipótesis aquí presentada sostiene que τὸ ἀντιπεπονθός corresponde, como las formas previas de justicia, a una proporción matemática específica.

---

[8] καλοῦσι δὲ τὴν τοιαύτην ἀναλογίαν γεωμετρικὴν οἱ μαθηματικοί· ἐν γὰρ τῇ γεωμετρικῇ συμβαίνει καὶ τὸ ὅλον πρὸς τὸ ὅλον ὅπερ ἑκάτερον πρὸς ἑκάτερον, *EN* V 3, 1131b 12-15.

3. *La relación de intercambio*

La definición parecería, al menos para sus interlocutores inmediatos, patente y sin ambages. Este tipo de justicia mantiene reunidas a las personas *en las comunidades de intercambio* (ἐν μὲν ταῖς κοινωνίαις ταῖς ἀλλακτικαῖς, *EN* V 5, 1132b 31-32), entendidas como los espacios sociales de necesidades e intereses comunes. La *necesidad* (χρεία) aparece como el vínculo constitutivo de estas asociaciones, no sólo aquí (*EN* V 5, 1133a 27, 1133b 6), sino también para Platón (*R.* II 369c 1-4), cuando define en términos económicos la conformación de la πόλις.

La necesidad se impone a las relaciones de intercambio y, por ese motivo, se asocian un campesino y un zapatero (*EN* V 5, 1133a 32-33). De este modo, se concreta un intercambio proporcional según el cruce de las diagonales:

> Y hace la permuta en proporción la conjunción en diagonal: un albañil sobre *α*, un zapatero sobre *β*, una casa sobre *γ*, un calzado sobre *δ*. Así pues, es necesario que tome el albañil de parte del zapatero el trabajo de aquel, y éste a aquel le dé el suyo[9].

Aristóteles presenta el intercambio como una relación proporcional, expresada en términos matemáticos. Tanto las personas como sus trabajos aparecen representados como los términos de un esquema. Así, no sólo el contexto previo de las proporciones geométrica y aritmética preparan el camino, sino también la utilización de la categoría de relación para definir esta forma específica de proporción:

> En efecto, habrá ἀντιπεπονθός, cuando fueran igualados, de modo que lo que precisamente un campesino [es] respecto a un zapatero, el trabajo del zapatero es respecto al trabajo del campesino. Pero no es necesario llevarla hasta el esquema de proporción, cuando se intercambien entre sí (si no, ambos excesos tendrá el otro extremo), sino cuando conserven los [trabajos] suyos. Así, [son] iguales y comuneros, porque esta misma igualdad puede entre ellos producirse. Un campesino α, el alimento *γ*, un zapatero *β*, el trabajo suyo que se iguala *δ*. Y si así no fuera posible ἀντιπεπονθέναι, no habría comunidad[10].

Los términos del intercambio se ecualizan previamente a su realización. De este modo, la igualdad propuesta no es una igualdad geométrica, donde la desigualdad

[9] ποιεῖ δὲ τὴν ἀντίδοσιν τὴν κατ᾽ ἀναλογίαν ἡ κατὰ διάμετρον σύζευξις. οἰκοδόμος ἐφ᾽ ᾧ α, σκυτοτόμος ἐφ᾽ ᾧ β, οἰκία ἐφ᾽ ᾧ γ, ὑπόδημα ἐφ᾽ ᾧ δ. δεῖ οὖν λαμβάνειν τὸν οἰκοδόμον παρὰ τοῦ σκυτοτόμου τὸ ἐκείνου ἔργον, καὶ αὐτὸν ἐκείνῳ μεταδιδόναι τὸ αὑτοῦ, *EN* V 5, 1133a 5-10.

[10] ἔσται δὴ ἀντιπεπονθός, ὅταν ἰσασθῇ, ὥστε ὅπερ γεωργὸς πρὸς σκυτοτόμον, τὸ ἔργον τὸ τοῦ σκυτοτόμου πρὸς τὸ τοῦ γεωργοῦ. εἰς σχῆμα δ᾽ ἀναλογίας οὐ δεῖ ἄγειν, ὅταν ἀλλάξωνται (εἰ δὲ μή, ἀμφοτέρας ἕξει τὰς ὑπεροχὰς τὸ ἕτερον ἄκρον), ἀλλ᾽ ὅταν ἔχωσι τὰ αὑτῶν. οὕτως ἴσοι καὶ κοινωνοί, ὅτι αὕτη ἡ ἰσότης δύναται ἐπ᾽ αὐτῶν γίνεσθαι. γεωργὸς α, τροφὴ γ, σκυτοτόμος β, τὸ ἔργον αὐτοῦ τὸ ἰσασμένον δ. εἰ δ᾽ οὕτω μὴ ἦν ἀντιπεπονθέναι, οὐκ ἂν ἦν κοινωνία, *EN* V 5, 1133a 31-b 6.

inicial se reproduce en la proporción resultante, ni una igualdad aritmética, donde la desigualdad inicial se distribuye como el promedio entre ambos extremos[11].

El participio ἀντιπεπονθός aparece casi exclusivamente en este capítulo y su sentido es específico. Un único uso en plural dativo (ἀντιπεπονθόσι, *EN* VIII 2, 1155b 33) en el tratamiento de la amistad expresa una vaga noción de *reciprocidad*. Por fuera de la *Ética Nicomaquea,* la noción específica de τὸ ἀντιπεπονθός aparece mencionada una única vez (*Pol.* II 2, 1261a 30) y reenvía a su tratamiento en el escrito previo. Los usos verbales por fuera del capítulo (*EN* VII 13, 1163a 1; *Rhet.* II 4, 1382a 15, II 5, 1382b 11 y *EE* VII 10, 1243a 21) redundan en la misma ambigüedad del sentido de *reciprocidad*. Estos escasos usos adicionales expresan un sentido figurado de la noción.

4. *La noción matemática*

El verbo es poco frecuente en el corpus conservado de los autores griegos y las escasas definiciones se limitan al ámbito estrictamente matemático. En este sentido, la expresión τὸ ἀντιπεπονθός resultó poco y mal abordada. Por ejemplo, el *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs* de Charles Mugler no registra el uso aristotélico en ninguna de las dos entradas correspondientes (ἀντιπάσχειν, 66 y ἀντιπεπονθότως, 67). Asimismo, afirma que «la expresión es probablemente anterior a Euclides y se oponía en la lengua antigua a una expresión ταὐτόν πάσχειν, ταὐτόν πεπονθέναι = ser proporcional; cp. Platón: τὸ ταὐτόν που πεπονθὸς ὅμοιον. *Parm.* 139e» (1958, 66-67). Los usos previos no son citados y, por su parte, la expresión platónica caracteriza estrictamente los atributos de *lo uno*. El resto de la entrada transcribe los pasajes matemáticos donde efectivamente aparece, sin detenerse a explicar la noción.

Una referencia ineludible es la traducción de Heath de los *Elementos* de Euclides. Su comentario (1908, 189) a la definición no aporta soluciones:

> El texto griego da aquí una definición de *figuras recíprocamente relacionadas* (ἀντιπεπονθότα σχήματα). "[Dos] figuras están *recíprocamente relacionadas* cuando hay en cada una de las dos figuras razones antecedente y consecuente" (Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν). Ningún significado inteligible puede atribuirse a

[11] Se han ensayado muchos intentos de explicación. En términos matemáticos, merecen especial mención dos. El análisis de Soudek (1952) limita su interpretación a las tres medias de Arquitas y no encuentra una solución satisfactoria. Los trabajos de S. Todd Lowry, especialmente Lowry (2010), presentan sugestivas aproximaciones a una solución del problema, pero contienen algunas imprecisiones matemáticas.

> "razones antecedentes y consecuentes" aquí; el sentido requeriría más bien "un antecedente y un consecuente de (dos) razones (iguales) en cada figura". Por eso, Candalla y Peyrard leen λόγων ὅροι ("términos de razones") en lugar de λόγοι. Camerer lee λόγων sin ὅροι. Pero la objeción a la definición es más profunda. No se usa nunca; cuando llegamos, en VI 14, 15, XI 34, etc. a paralelogramos, triángulos, etc. que tienen la propiedad indicada, no son llamados paralelogramos "recíprocos", etc., sino paralelogramos, etc. "*cuyos lados son* recíprocamente proporcionales", ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί. Por eso, Simson parece hacer lo correcto al condenar la definición; es posible que haya sido interpolada de Herón, que la tiene.

Esta lectura poco optimista se repite en la traducción francesa de Vitrac. Según su interpretación, parece una corrupción del texto, una torpe interpolación, o ambas a la vez. Por eso, al realizar su comentario de la segunda definición (1994, 146-147), considera que

> En las Proposiciones en las que aparece, no se aplica a las figuras en sí, sino a sus lados o a algunos de sus elementos (base, altura...). El caso más sencillo es el de las figuras que se suponen iguales y para las que el término ἀντιπεπονθότα significa simplemente que bases y alturas son inversamente proporcionales. Este tipo de resultado se generalizó a los lados de paralelogramos iguales y a algunos triángulos. A partir de aquí, se pretendió definir la noción con toda generalidad, sin ninguna hipótesis de igualdad de las figuras, y en oposición a la noción de semejanza.

En este punto, conviene introducir una primera aclaración sobre la utilización del término. La *definición* VI 2 aparece justamente antes de la célebre definición de *extrema y media razón*, la denominada actualmente *razón aurea*. De este modo, la proposición VI 14 parecería una anticipación de la *proposición* VI 30, donde se divide una recta finita en *extrema y media razón* a partir del tipo de figuras empleadas previamente. En ambas demostraciones, aparece el verbo ἀντιπεπόνθασιν para describir la relación establecida.

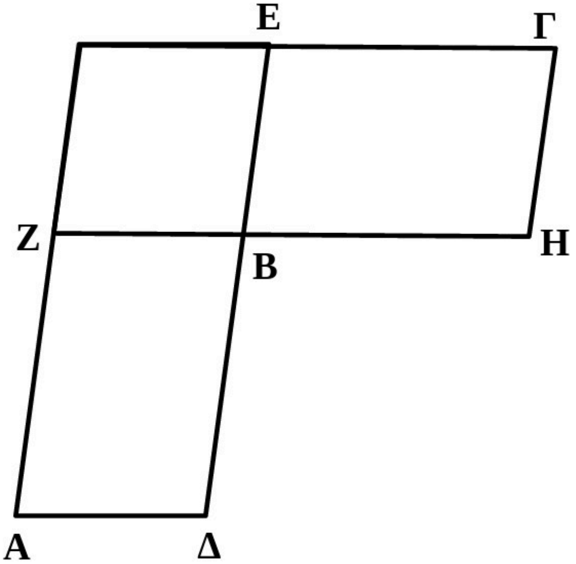
La definición de la noción ἀντιπεπονθός establece que "las figuras son recíprocas[12], cuando en cada una de las figuras los antecedentes y consecuentes son razones" (ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν, Eucl. *Elem* VI 2). La definición aislada no resulta muy ilustrativa en los términos antes mencionados por Heath y Vitrac. Sin embargo, cuando se analizan las propiedades de las figuras utilizadas en las proposiciones siguientes, se puede identificar el tipo de razones aludidas.

[12] No existe un vínculo claro entre la noción y el término empleado por la tradición matemática griega. Asimismo, no existe un término equivalente en castellano. Por lo tanto, aquí se emplea el adjetivo "recíproco" (y sus derivados) por motivos exclusivamente convencionales.

La *proposición* VI 14 establece en su enunciado y en la descripción de las figuras involucradas que

> De los paralelogramos iguales y equiángulos son recíprocos los lados sobre los ángulos iguales; y aquellos de los paralelogramos equiángulos de los cuales son recíprocos los lados sobre los ángulos iguales, son iguales.
> Sean ΑΒ, ΒΓ paralelogramos iguales y equiángulos que tienen iguales los ángulos respecto a Β, y pónganse en línea recta los [lados] ΔΒ, ΒΕ. Entonces, en línea recta también están los [lados] ΖΒ, ΒΗ. Digo que de los [paralelogramos] ΑΒ, ΒΓ son recíprocos los lados sobre los ángulos iguales, esto es, que está como el [lado] ΔΒ respecto al ΒΕ, así el ΗΒ respecto al ΒΖ[13].

Las figuras resultantes son dos paralelogramos colocados de la siguiente manera:



Los ángulos de las figuras recién trazadas están en relación recíproca, según plantea su descripción en la proposición. Además, aclara que este tipo de relación se puede expresar como una proporción, es decir, como una razón entre dos razones.

[13] τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. | ἔστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒ, ΒΓ ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ Β γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας αἱ ΔΒ, ΒΕ: ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ ΖΒ, ΒΗ. λέγω, ὅτι τῶν ΑΒ, ΒΓ ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτως ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ, Eucl. *Elem.*, prop. 14.1-13.

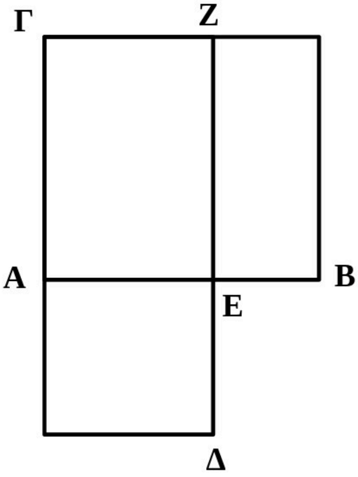
De este modo, el lado ΔΒ representa un antecedente y el lado ΒΕ el consecuente y a su vez, el lado ΗΒ representa el antecedente de la otra razón y el lado ΒΖ el consecuente de la otra razón. Quizás, resulte redundante afirmar que un antecedente y un consecuente son términos de una razón, ya que los términos de una razón se definen precisamente como antecedente y consecuente. Pero ahora cobra otro sentido la definición previa: "las figuras son recíprocas, cuando en cada una de las figuras los antecedentes y consecuentes son razones" (Eucl. *Elem* VI 2). Por lo tanto, la noción de τὸ ἀντιπεπονθός expresaría una proporción entre ciertos aspectos de las figuras. En los paralelogramos de la *proposición* VI 14, no se establece un carácter recíproco entre las dos superficies respectivas sino entre sus respectivos lados. Restaría comprender, para superar la interpretación dominante entre los traductores, si las propiedades de los lados de las figuras corresponden con alguna proporción específica.

En la *definición* 3, "se dice que una recta ha sido divida en extrema y media razón cuando como la recta entera esté respecto al segmento mayor, así el mayor respecto al menor" (ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον, Eucl. *Elem.* VI 3). Por su parte, la *proposición* VI 30 se dedica a demostrar la división de una recta en extrema y media razón a partir del trazo de dos paralelogramos:

> *Dividir la recta dada finita en extrema y media razón.*
> Sea la recta dada finita ΑΒ. Entonces, es necesario dividir la recta ΑΒ en extrema y media razón.
> Esté inscripto a partir de la [recta] ΑΒ el cuadrado ΒΓ, también esté emparejado con la [recta] ΑΓ el paralelogramo ΓΔ igual a la [recta] ΒΓ sobrepasando el contorno ΑΔ semejante al [cuadrado] ΒΓ.
> Y ΒΓ es un cuadrado; entonces también ΑΔ es un cuadrado. Y puesto que el [cuadrado] ΒΓ es igual al [paralelogramo] ΓΔ, esté quitado el [paralelogramo] común ΓΕ; entonces, el [paralelogramo] ΒΖ restante es igual al [paralelogramo] ΑΔ restante. Y es también equiángulo a éste; entonces, de los paralelogramos ΒΖ, ΑΔ son recíprocos los lados sobre los ángulos iguales; entonces, como el [lado] ΖΕ está respecto al [lado] ΕΔ, así el [lado] ΑΕ respecto al [lado] ΕΒ.
> Y es igual el [lado] ΖΕ al [lado] ΑΒ, y el [lado] ΕΔ al [lado] ΑΕ. Entonces, como el [lado] ΒΑ está respecto al [lado] ΑΕ, así el [lado] ΑΕ respecto al [lado] ΕΒ. Y el [lado] ΑΒ es mayor que el [lado] ΑΕ; entonces, también el [lado] ΑΕ es mayor que el [lado] ΕΒ.
> Entonces, la recta ΑΒ se ha dividido en extrema y media razón por E, y su segmento mayor es ΑΕ; lo que precisamente era necesario hacer[14].

[14] τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ: δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν. | Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΒΓ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΑΓ τῇ ΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΔ ὑπερβάλλον εἴδει τῷ ΑΔ ὁμοίῳ τῷ ΒΓ. | τετράγωνον δέ ἐστι τὸ ΒΓ: τετράγωνον ἄρα ἐστὶ

El siguiente esquema representa las relaciones recién establecidas:



Conviene retener dos características de esta demostración. En primer lugar, los lados sobre los ángulos iguales, como en la proposición anterior, son recíprocos. En este caso, resulta una proporción tal que "como el [lado] ΖΕ está respecto al [lado] ΕΔ, así el [lado] ΑΕ respecto al [lado] ΕΒ". En segundo lugar, los segmentos pertenecientes a estos dos paralelogramos representados en ΒΖ y ΑΔ están en extrema y media razón. Concretamente, "como el [lado] ΒΑ está respecto al [lado] ΑΕ, así el [lado] ΑΕ respecto al [lado] ΕΒ", en correspondencia con la *definición* VI 3 donde "se dice que una recta ha sido divida en extrema y media razón cuando como la recta entera esté respecto al segmento mayor, así el mayor respecto al menor". De este modo, el lado ΒΑ es el lado mayor respecto al lado medio ΑΕ y este, a su vez, está en la misma razón respecto al lado menor ΕΒ. Entonces, se puede sostener que las figuras guardan entre sí una extrema y media razón y, por lo tanto, τὸ ἀντιπεπονθός es una propiedad presente en el esquema resultante de la *proposición* VI 30.

καὶ τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΓ τῷ ΓΔ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΕ: λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΖ λοιπῷ τῷ ΑΔ ἐστιν ἴσον. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον: τῶν ΒΖ, ΑΔ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ. | ἴση δὲ ἡ μὲν ΖΕ τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΑΕ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ. μείζων δὲ ἡ ΑΒ τῆς ΑΕ: μείζων ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΕΒ. | ἡ ἄρα ΑΒ εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Ε, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ ΑΕ: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, Eucl. *Elem*. prop. VI 30.

5. *El uso aristotélico*

En este punto, es fundamental dilucidar dos cuestiones. Por una parte, si Aristóteles conocía o no estas nociones matemáticas. Por otra, si existe alguna figura con un esquema proporcional ἀντιπεπονθός de conjunción en diagonal.

La primera descripción de las medias aparece en el fragmento conservado por Porfirio, donde se las enumeran de la siguiente manera: "Y Arquitas al hablar sobre las medias escribe esto: y las medias en la música son tres, una es aritmética, y la segunda la geométrica y la tercera subcontraria, (a la que llaman armónica)"[15]. El fragmento ya presenta cierta imprecisión sobre el nombre de la tercera media. Además, la teoría de las medias contiene, en principio, tres medias adicionales. Se atribuye confusamente su descubrimiento a las figuras de Arquitas, Hipaso o Eudoxo. Jámblico, en varios pasajes de su *Introducción a la Aritmética* de Nicómaco, presenta algunas referencias confusas y otras contradictorias sobre su origen. La historia recobra interés, ya que permitiría establecer ciertos límites temporales a la cuestión:

> pareciera que Jámblico está intentando reconciliar dos versiones diferentes de la historia de las medias, en una de las cuales Eudoxo descubrió las medias 4-6 y en otra Arquitas las descubrió. Así él presenta un reporte en el cual Arquitas comienza el descubrimiento de las medias 4-6 y Eudoxo finaliza el descubrimiento […] pero resulta más razonable aceptar el primer reporte, el cual asignó a Arquitas y sus seguidores el cambio de nombre de la tercera media de subcontraria a armónica y a Eudoxo y sus seguidores el descubrimiento de las medias 4-6[16].

No importa tanto la autoría del descubrimiento de las seis medias, sino su divulgación previa al uso aristotélico. Por eso, la segunda versión resulta más interesante. Cerca del año 367 a. C., Platón partió hacia Siracusa y Eudoxo quedó como escolarca a cargo de la Academia. Por esa misma época, Aristóteles llegaba a Atenas e iniciaba sus estudios. De este modo, resulta muy inverosímil suponer un desconocimiento de las medias entre los discípulos de la academia platónica.

Por otra parte, las nociones fundamentales de la proporción se desarrollan a partir del libro quinto de los *Elementos* y en uno de sus escolios se afirma que "el libro algunos dicen que es un descubrimiento de Eudoxo, el maestro de Platón" (τὸ δὲ βιβλίον Εὐδόξου τινὲς εὕρεσιν εἶναι λέγουσιν τοῦ Πλάτωνος διδασκάλου, *In librum* V 1, 7-9, ed. Heib., V, p. 280). Aunque sean de carácter fragmentario, los testimonios y anécdotas contribuyen a la confirmación de un uso previo al aristotélico.

---

[15] Ἀρχύτας δὲ περὶ τῶν μεσοτήτων λέγων γράφει ταῦτα. μέσαι δ᾽ ἐντι τρῖς τᾷ μουσικᾷ. μία μὲν ἀριθμητικά, δευτέρα δ᾽ ἁ γεωμετρικά, τρίτα δ᾽ ὑπεναντία, [ἃν καλέοντι ἁρμονικάν], Porph. *In Ptolemai Harmonica* I 5 [Huffman 2005, frag. 2; Düring 93.5-94.20; DK B2].

[16] Huffman (2005), 171.

La noción de τὸ ἀντιπεπονθός se podría asociar, sin forzar las fuentes, a la proporción denominada *extrema y media razón*, en los *Elementos* VI 3. Cabe aclarar que el propio Nicómaco de Gerasa no encuentra referencias previas precisas y decide presentar las tres medias siguientes a la aritmética, geométrica y armónica, por su orden contrario:

> Y éstas son en orden extraídas por nosotros conforme a la subcontrariedad respecto a los tres arquetipos ya considerados, puesto que también a partir de éstos mismos se forman alcanzando una secuencia similar. La cuarta, también denominada subcontraria por enfrentarse y ser recíprocamente proporcional a la armónica [...] Las dos medias quinta y sexta se formaron ambas a comparación de la geométrica, y difieren entre sí de este modo: la quinta es cuando en tres términos como el medio respecto al menor, así también la diferencia de estos mismos respecto a la [diferencia] del mayor respecto al medio[17].

Si Eudoxo o Aristóteles aplicaron la denominación τὸ ἀντιπεπονθός a la quinta media, no es posible determinarlo con el estado actual de las fuentes. Sin embargo, la coincidencia entre una figura conformada por la extrema y media razón y un esquema en diagonal, como el propuesto por Aristóteles, podría resultar suficiente para confirmar la hipótesis sostenida.

6. *El esquema del intercambio*

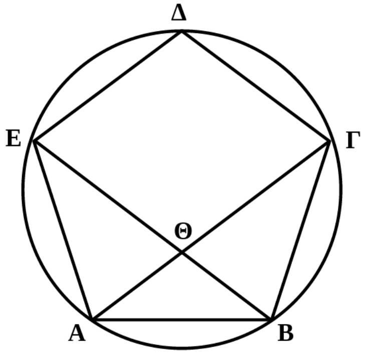
En varias proposiciones, se inscribe un pentágono dentro de un círculo. Interesa aquí particularmente la enunciación de la *proposición* XIII 8:

> Si de un pentágono equilátero y equiangular las rectas subtienden dos ángulos consecutivos, se dividen entre sí en extrema y media razón, y sus segmentos mayores son iguales al lado del pentágono.
> En efecto, del pentágono equilátero y equiangular ΑΒΓΔΕ subtiendan los dos ángulos consecutivos respecto a Α, Β, las rectas ΑΓ, ΒΕ divididas conforme al punto Θ; digo que cada una de estas [rectas] en extrema y media razón se ha dividido conforme al punto Θ, y sus segmentos mayores son iguales al lado del pentágono.
> Entonces, inscríbase sobre el pentágono ΑΒΓΔΕ el círculo ΑΒΓΔΕ...[18]

---

[17] εἰσὶ δὲ αὗται τάξει ἐκφερόμεναι ὑφ᾽ ἡμῶν κατὰ ὑπεναντίωσιν τὴν πρὸς τὰς πεφρασμένας ἀρχετύπους τρεῖς, εἴπερ καὶ ἐξ αὐτῶν τούτων ἀναπλάσσονται, τάξεως τυγχάνουσαι ὁμοίας. τετάρτη μὲν ἡ καὶ ὑπεναντία λεγομένη διὰ τὸ ἀντικεῖσθαι καὶ ἀντιπεπονθέναι τῇ ἁρμονικῇ ὑπάρχει [...] αἱ δὲ δύο μεσότητες πέμπτη καὶ ἕκτη παρὰ τὴν γεωμετρικὴν ἐπλάσθησαν ἀμφότεραι, διαφέρουσι δ᾽ ἀλλήλων οὕτως· ἡ μὲν πέμπτη ἔστιν, ὅταν ἐν τρισὶν ὅροις ὡς ὁ μέσος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, οὕτω καὶ ἡ αὐτῶν τούτων διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ μεγίστου πρὸς τὸν μέσον, Nicómaco, *Introducción a la Aritmética* II 28, 2-4.

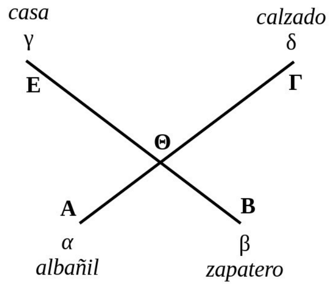
[18] ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ. | πενταγώνου γὰρ ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τοῦ ΑΒΓΔΕ δύο γωνίας τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς τὰς πρὸς τοῖς Α, Β ὑποτεινέτωσαν εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΕ τέμνουσαι ἀλλήλας



El resto de la proposición demuestra que las rectas, como se afirma en su enunciado, están divididas en extrema y media razón. Este esquema resultante es exactamente el mismo de la conjunción en diagonal, propuesto por Aristóteles. El pasaje antes citado decía exactamente:

> Y hace la permuta en proporción la conjunción en diagonal: un albañil sobre α, un zapatero sobre β, una casa sobre γ, un calzado sobre δ. Así pues, es necesario que tome el albañil de parte del zapatero el trabajo de aquel, y éste a aquel le dé el suyo. (*EN* V 5, 1133a 5-10)

De este modo, el esquema de la conjunción en diagonal queda representado por las dos diagonales ΑΓ y ΒΕ, trazadas entre los ángulos consecutivos del pentágono, y se puede acoplar a la descripción aristotélica de intercambio:



κατὰ τὸ Θ σημεῖον: λέγω, ὅτι ἑκατέρα αὐτῶν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ σημεῖον, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ. | περιγεγράφθω γὰρ περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ..., Eucl. *Elem.* prop. XIII 8, 1-19.

La igualdad de las diagonales ΑΓ y ΒΕ no representa una igualdad entre las personas, ni entre los trabajos. Por eso, Aristóteles afirma que "no es necesario llevarla hasta el esquema de proporción, cuando se intercambien entre sí (si no, ambos excesos tendrá el otro extremo), sino cuando conserven los [trabajos] suyos" (*EN* V 5, 1133b1-3). En el presente esquema, "lo que precisamente un campesino [es] respecto a un zapatero" (*EN* V 5, 1133a 32-33) se traduce en el segmento ΒΑ, correspondiente al lado del pentágono, y "el trabajo del zapatero es respecto al trabajo del campesino" (*ibidem*) se traduce en el segmento ΓΕ, igual a las diagonales ΑΓ y ΒΕ.

Precisamente, en la demostración de la *proposición* XIII 8, se afirma:

> Entonces, proporcionalmente como la [recta] ΕΒ está respecto a ΒΑ, así la [recta] ΑΒ respecto a la [recta] ΒΘ. Y la [recta] ΒΑ es igual a la [recta] ΕΘ; entonces, como la [recta] ΒΕ [está] respecto a la [recta] ΕΘ, así la [recta] ΕΘ respecto a la [recta] ΘΒ. Entonces, también la [recta] ΕΘ es mayor que la [recta] ΘΒ. Entonces, la [recta] ΒΕ se ha dividido en extrema y media razón conforme al [punto] Θ, y el segmento mayor ΘΕ es igual al lado del pentágono. En efecto, de semejante modo se mostraría que la [recta] ΑΓ se ha dividido en extrema y media razón conforme al [punto] Θ, y la [recta] ΓΘ es su extremo mayor igual al lado del pentágono. Lo que precisamente era necesario hacer[19].

Por lo tanto, el tipo de proporción denominado τὸ ἀντιπεπονθός ocurre en el cruce de diagonales Θ. La relación entre el campesino y el zapatero representa el término medio de la división del segmento en extrema y media razón. El segmento entero corresponde con la diagonal y con la relación entre el alimento y el zapato. En los términos específicos de este tipo de proporcionalidad, el término menor, es decir, el segmento trazado entre los extremos del zapatero y Θ, o del campesino y Θ, corresponde con la diferencia entre el segmento total (la diagonal) y el segmento medio (el lado del pentágono). La división en extrema y media razón corresponde exactamente con la conjunción en diagonal planteada por Aristóteles.

Al comienzo del capítulo, había advertido que "a algunos les parece que también τὸ ἀντιπεπονθὸς es simplemente justo, como los pitagóricos decían; pues, definían lo justo simplemente como lo recíproco a otro" (Δοκεῖ δέ τισι καὶ τὸ ἀντιπεπονθὸς εἶναι ἁπλῶς δίκαιον, ὥσπερ οἱ Πυθαγόρειοι ἔφασαν· ὡρίζοντο γὰρ ἁπλῶς τὸ δίκαιον τὸ ἀντιπεπονθὸς ἄλλῳ, *EN* V 4, 1132b 21-23). Por eso, Aristóteles

[19] ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΘ. ἴση δὲ ἡ ΒΑ τῇ ΕΘ: ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΘ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΒ. μείζων δὲ ἡ ΒΕ τῆς ΕΘ: μείζων ἄρα καὶ ἡ ΕΘ τῆς ΘΒ. ἡ ΒΕ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΘΕ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΑΓ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Θ, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἡ ΓΘ ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ: ὅπερ ἔδει δεῖξαι, Eucl. *Elem.* XIII 8, 12-22.

advierte que la proporción para el intercambio se determina antes de que cada uno obtenga el producto del otro. Ahí surge τὸ ἀντιπεπονθός. Si se estableciera posteriormente, sería una simple equivalencia y ambas diagonales no estarían divididas en extrema y media razón. La simple igualdad establece una relación directamente proporcional: la simple igualdad a otro construye un esquema donde las diagonales representan la hipotenusa de un triángulo. Esta concepción matemática de la justicia, atribuida a los pitagóricos, presupone que las diagonales directamente proporcionales representan una relación entre dos personas iguales y dos trabajos iguales, o dos padecimientos iguales, etc. Considerados estos cuatro términos en relación, el esquema resultaría un cuadrilátero rectángulo con todos sus lados iguales y sus diagonales estarían en relación cuadrática con los lados. Así, el rectángulo se conformaría por dos triángulos rectángulos adyacentes y la relación se reduciría al teorema de Pitágoras.

7. *Conclusiones*

La lectura matemática permite identificar y definir una de las nociones clave del análisis aristotélico de las comunidades de intercambio. Este esfuerzo permite, asimismo, complementar las restantes lecturas del pasaje y resignificar los términos económicos, éticos y políticos involucrados. Aristóteles intenta explicar la unidad de la comunidad -por así decirlo- a pesar de los intercambios económicos. La noción de τὸ ἀντιπεπονθός representa el proceso de ajuste facilitado por la moneda para medir el exceso y el defecto de las cosas intercambiadas. Así, los intercambios deberían estar en la proporción denominada ἀντιπεπονθός para no desintegrar la comunidad de ciudadanos.

En los tipos de justicia previamente descritos, la homogeneidad funcionaba, de alguna manera, ya sea entre las personas, ya sea entre las cosas. Quienes se consideran iguales participan de una proporción aritmética reclamando para sí la restitución de una desigualdad, por ejemplo, de una defraudación, de un adulterio, de un golpe, etc. Quienes se consideran desiguales, participan en proporción geométrica de lo común, porque distribuyen en partes desiguales algo común y homogéneo, reproduciendo en las cosas la desigualdad entre las personas. Hasta aquí, en estas dos formas de justicia, la conmensurabilidad refiere exclusivamente a dos de los cuatro términos. Ahora, en este tercer tipo de justicia, son desiguales, tanto las personas como las cosas, y, por lo tanto, la conmensurabilidad no se puede establecer entre los cuatro términos sino en la relación cruzada entre ellos.

El estatus social de las personas resulta relevante en los dos modelos previos. En cambio, este tercer tipo de justicia descubre una esfera de interacciones estatutariamente indeterminada: «es sólo en el contexto de estas relaciones de igualdad basadas en la necesidad que el dinero puede funcionar como una representación de la necesidad. En todas las otras relaciones -amistades de utilidad desigual, amistades de placer, amistades de virtud- es, en última instancia, un error luchar por la equivalencia y utilizar el dinero como medida de valor»[20].

Sin embargo, esta excepcionalidad de la esfera de los intercambios comerciales no implica autonomía. Su condición de posibilidad, la unidad social, se garantiza mediante la imposición de τὸ ἀντιπεπονθός. Efectivamente, nada impide, en la naturaleza del intercambio, que se vuelvan crematísticos, como si el fin fuera obtener dinero indefinidamente (*Pol.* I 10, 1258a 12-14). En este sentido, el carácter sustitutivo del dinero respecto a la necesidad no se debe considerar exclusivamente en su carácter convencional sino también en su carácter de unidad de medida.

Desde el comienzo, Aristóteles establece que este tipo de intercambios implica necesidades desiguales. No se asocian dos médicos o dos agricultores sino dos personas diferentes, como un médico y un agricultor (*EN* V 5, 1133a 16-18). Se establece, de alguna manera, la inconmensurabilidad entre sí de las personas y de las cosas. Asimismo, afirma que "pues, nada impide que el trabajo de uno sea mayor que el del otro"[21]. Estas premisas complican la concreción del intercambio, ya que la relación requiere que todos los términos sean comparables de alguna manera.

Una síntesis de todas estas condiciones del intercambio se presenta, cuando Aristóteles afirma que

> En efecto, es necesario con una sola medir todas, como precisamente se dijo antes. Y esto es en verdad la necesidad, que reúne todas; pues, si no carecieran o no [carecieran] por igual, no habría cambio o no [existiría] el mismo. Y la moneda ha venido a ser por convención como un sustituto de la necesidad[22].

En su sentido etimológico, que la moneda exprese su origen convencional significa básicamente su fundamento no natural. Sin embargo, esta característica no invalida su naturaleza métrica. La moneda funciona específicamente como unidad de medida. Más allá del carácter convencional, la moneda es un término medio: "también resulta

[20] Van Berkel (2020), 457.

[21] οὐθὲν γὰρ κωλύει κρεῖττον εἶναι τὸ θατέρου ἔργον ἢ τὸ θατέρου, *EN* V 5, 1133a 12-13.

[22] δεῖ ἄρα ἑνί τινι πάντα μετρεῖσθαι, ὥσπερ ἐλέχθη πρότερον. τοῦτο δ᾽ ἐστὶ τῇ μὲν ἀληθείᾳ ἡ χρεία, ἣ πάντα συνέχει· εἰ γὰρ μηθὲν δέοιντο ἢ μὴ ὁμοίως, ἢ οὐκ ἔσται ἀλλαγὴ ἢ οὐχ ἡ αὐτή· οἷον δ᾽ὑπάλλαγμα τῆς χρείας τὸ νόμισμα γέγονε κατὰ συνθήκην, *EN* V 5, 1133a 25-29.

de algún modo intermedia; pues mide todas, en cuanto al exceso y a la deficiencia”[23]. Por lo tanto, la proporción establecida en la conjunción cruzada de las necesidades expresa el proceso de ajuste entre ambos extremos, la adecuación entre el exceso y el defecto de cada una de las necesidades mutuas. Solamente, a través de una constante irracional, como la proporción áurea (τὸ ἀντιπεπονθός), se pueden ecualizar, en este ámbito de intercambios específicos, dos necesidades verdaderamente inconmensurables.

Una primera descripción de este proceso de ajuste se encuentra en la definición de las magnitudes involucradas en la determinación del hábito y la excelencia humana:

> Efectivamente, en todo continuo y divisible es posible tomar lo mayor, lo menor y lo igual, y estas, o según la cosa misma, o respecto a nosotros. Y lo igual es algo medio de rebasamiento y deficiencia. Y llamo medio de la cosa a lo que dista igual de cada uno de los extremos, que precisamente es uno y el mismo para todos; y respecto a nosotros lo que ni supera ni es deficiente. Y esto no es uno, ni el mismo para todos[24].

La definición del hábito (ἕξις) requiere definir la naturaleza de toda excelencia (ἀρετή). Por eso, Aristóteles necesita precisar el tipo de magnitudes involucradas. A la distinción entre magnitudes continuas y discretas, agrega la distinción entre relaciones intrínsecas y extrínsecas. El ejemplo de la comida, brindado a continuación por Aristóteles, podría ilustrar, sin mayores adaptaciones, el tipo de mediación de la necesidad en una situación de intercambio. Cuando se intenta establecer, para nosotros, la cantidad de comida, en el caso que nos resulte mucho la cantidad de diez y poco la de dos, no se establecerá como media una cantidad de seis. En este pasaje (*EN* II 6, 1106a 33-b 7), lamentablemente, Aristóteles no agrega mayores precisiones. Se puede suponer, sin forzar los términos, que la cantidad media se establecerá según nuestra necesidad, entendida como χρεία.

En el contexto de las comunidades de intercambio, la determinación de τὸ ἀντιπεπονθός se puede asimilar a ese proceso de deliberación determinado por el hábito y asociado a la excelencia: “pues el que delibera parece investigar y analizar el modo mencionado como figura geométrica”[25]. La estructura de los intercambios y su

---

[23] καὶ γίνεταί πως μέσον· πάντα γὰρ μετρεῖ, ὥστε καὶ τὴν ὑπεροχὴν καὶ τὴν ἔλλειψιν, *EN* V 5, 1133a 20-21.

[24] ἐν παντὶ δὴ συνεχεῖ καὶ διαιρετῷ ἔστι λαβεῖν τὸ μὲν πλεῖον τὸ δ᾽ ἔλαττον τὸ δ᾽ ἴσον, καὶ ταῦτα ἢ κατ᾽ αὐτὸ τὸ πρᾶγμα ἢ πρὸς ἡμᾶς· τὸ δ᾽ ἴσον μέσον τι ὑπερβολῆς καὶ ἐλλείψεως. λέγω δὲ τοῦ μὲν πράγματος μέσον τὸ ἴσον ἀπέχον ἀφ᾽ ἑκατέρου τῶν ἄκρων, ὅπερ ἐστὶν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ πᾶσιν, πρὸς ἡμᾶς δὲ ὃ μήτε πλεονάζει μήτε ἐλλείπει· τοῦτο δ᾽ οὐχ ἕν, οὐδὲ ταὐτὸν πᾶσιν, *EN* II 6, 1106a 26-32.

[25] ὁ γὰρ βουλευόμενος ἔοικε ζητεῖν καὶ ἀναλύειν τὸν εἰρημένον τρόπον ὥσπερ διάγραμμα, *EN* III 3, 1112b 20-21.

lógica práctica ya funcionaba en el trueque antes de la aparición del dinero. Por lo tanto, las cosas ya eran conmensurables: "En verdad es imposible que cosas tan diferentes resulten conmensurables, pero respecto a la necesidad resulta bastante aceptable"[26]. Aristóteles no establece un modelo de determinación del precio sino de la adecuación convencional a través de la moneda entre los precios de las mercancías intercambiadas y las necesidades mutuas de las personas asociadas. Este proceso de deliberación resultante podría caracterizarse como un cálculo práctico a través de esquemas geométricos[27]. De este modo, la moneda operaría la medición de las aproximaciones sucesivas entre las necesidades mutuas equiparando el precio de todas las cosas.

Bibliografía[28]

Aristóteles, *Ética Nicomaquea* = Bywater, I. (ed.) (1894), Aristotelis *Ethica Nicomachea*, Oxford.

Aristóteles, *Política* = Ross, W. (ed.) (1957), Aristotelis *Politica*, Oxford.

Berkel, T.A. van (2020), *The economics of friendship: conceptions of reciprocity in classical Greece*, Boston-New York.

Cattanei, E. (2009), «El imaginario geométrico del hombre de delibera. Esquemas de ejercicio de la φαντασία βουλευτική en Aristóteles», *ARETÉ. Revista de Filosofía* XXI 2, 259-289.

Estobeo = Hense, O. (ed.) (1909), Ioannis Stobaei *Anthologii libri duo posteriores*, IV, Berolini.

Euclides, *Elementos* = Heiberg, J. (ed.) (1883-1888), Euclidis *Elementa*, Leipzig.

Finley, M.I. (1970), «Aristotle and Economic Analysis», *Past and Present* 47, 3-25.

Finley, M.I. (1974), *La economía de la antigüedad*, México.

Heath, T. (1908), *The thirteen Books of Euclid's Elements.* Traslated from text of Heiberg with Introduction and Commentary, II, Cambridge.

Huffman, C. (2005), *Archytas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician* «*King*, Cambridge.

Lowry, S. (2010), «Pythagorean mathematical idealism and the framing of economic and political theory», *Advances in Mathematical Economics* 13, 177-199.

[26] τῇ μὲν οὖν ἀληθείᾳ ἀδύνατον τὰ τοσοῦτον διαφέροντα σύμμετρα γενέσθαι, πρὸς δὲ τὴν χρείαν ἐνδέχεται ἱκανῶς, *EN* V 5, 1133b 18-20.

[27] CATTANEI (2009) describe la imaginación deliberativa (φαντασία βουλευτική) aristotélica como procedimientos de medición y descomposición de magnitudes y cierra su análisis con una mención de las representaciones geométricas acuñadas en las primeras monedas griegas conservadas.

[28] Todas las traducciones al castellano pertenecen al autor del artículo. Cuando la argumentación sólo se sirve de la referencia, se consigna exclusivamente la traducción castellana. Cuando se analiza el texto, se consigna también la fuente en lengua original.

Martín, C. (2014), «Aristóteles, autor de *El Capital*», en E. Bieda, C. Mársico (eds.), *Diálogos interepocales. La antigüedad griega en el pensamiento contemporáneo*, Buenos Aires, 11-21.

Mugler, C. (1958), *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs*, Paris.

Nicómaco, *Introducción a la Aritmética* = Hoche, R. (ed.) (1866), Nicomachi Geraseni Pythagorei *Introductionis Arithmeticae Libri II*, Leipzig.

Polanyi, K. (1994), *El Sustento del Hombre*, Barcelona (ed. or., New York 1977).

Soudek, J. (1952), «Aristotle's Theory of Exchange», *Proceedings of the American Philosophical Society* 96, 1, 45-75.

Vitrac, B. (ed.) (1994), Euclide d'Alexandrie, *Les Éléments. Livres V-IX*, II, Paris.

Vitrac, B. (2010), «Égalité politique, égalité mathématique» (*online* http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00455257/fr/).